

RZECZ O ABRAHAMIE BEZIKOWICZU (1891-1970)

# Od Berdiańska

*Mieszkam w pałacu Możliwości –  
Piękniejszy to dom od Prozy –  
O wiele więcej Okien –  
Drzwi można szerzej otworzyć...*

E. E. Dickinson (tłum. St. Barańczak)



*A. Bezikowicz*

Fot.: Biographical Memoirs  
of Fellows  
of The Royal Society

Nielicznym tylko dane jest zamieszkać w pałacu możliwości. Należą do nich wybrańcy, których los obdarował talentem. Pałacem zaś może być poezja, jak w przypadku autorki tego pięknego wiersza. Może być również matematyka, która – nie tylko w moim odczuciu – od poezji różni się niewiele lub zgoła wcale. Obie te budowle opierają się na tych samych podstawach, jakimi są prawda i piękno. Obie również wynoszą swych mieszkańców wysoko ponad poziom przyziemia, pozwalając choćby na chwilę zbliżyć się do jakiegoś sensu, absolutu...

Abraham Bezikowicz był wybrańcem losu. Odziedziczył po swoich przodkach wybitne zdolności matematyczne, które zapewniły mu poczesne miejsce w historii nauki. Przy tym nie jest to obecność rodzaju muzealnego, gdzie eksponaty świadczą o minionej – choćby i świetnej – przeszłości. Jego idee są wciąż żywe, stale inspirują badaczy, otwierają ciągle nowe horyzonty. I promieniują na zewnątrz, wydostając się poza hermetyczny – jak sądzimy – świat matematyki. Gdy mówimy dzisiaj o fraktalach, które znalazły zastosowanie choćby w komputerowych technikach wizualizacyjnych, to nie zawsze uświadomiamy sobie, że opracowanie aparatu pojęciowego oraz inspirację badań, których zwieńczeniem okazała się geometria fraktalna, zawdzięczamy także Bezikowiczowi. A jeżeli przywołamy tutaj – być może nazbyt lapidarne, trafiające jednak w sedno – określenie fraktala jako tworu nie-

skończenie subtelny, to możemy mieć pewne wyobrażenie o świetle, z jakim obcował ten uczony.

### Dzieciństwo i wiek młodzięczy

Abraham Bezikowicz urodził się 24 stycznia 1891 r. w Berdiańsku, niewielkim mieście leżącym nad Morzem Azowskim. Rodzice Abrahama należeli do karaimskiej społeczności tego miasta. Ojciec, Samuel (ur. 1842), był przybyszem z Łucka, gdzie obecność jego przodków zaświadczona jest w dokumentach tamtejszej gminy od co najmniej XVIII w. Matka, Ewa z d Sawuskan (ur. 1867), pochodziła z rodziny karaimskiej o krymskich korzeniach. Wyszędłszy za mąż w wieku zaledwie piętnastu lat, oddała się całkowicie prowadzeniu domu i wychowywaniu licznych potomstwa. Natomiast ojciec Abrahama prowadził początkowo sklep jubilerski, gdy jednak na skutek kradzieży utracił swój dobytek, zarzucił handel i podjął pracę kasjera. Zającie to nie przynosiło dużych dochodów i wielodzietna rodzina wiodła skromny żywot.

Przyszły uczony otrzymał imię – zgodnie z karaimską tradycją – po swoim dziadku po mieczu Abrahamie (ur. 1803). Był czwartym z sześciorga rodzeństwa – miał trzech braci i dwie siostry. Wszystkie dzieci były bardzo uzdolnione, szczególnie matematycznie. Po latach, już jako osoby dorosłe, zgodnie utrzymywały, że nieprzeciętne zdolności zawdzięczają matce, która gdyby nie wczesne zamażpójście i związany

# do Cambridge

z tym brak możliwości zdobywania wykształcenia, z pewnością osiągnęłyby znaczące na polu nauki sukcesy. Ojciec natomiast przekazał Abrahamowi mocno ukształtowany kościec moralny oraz odwagę w podejmowaniu ambitnych zadań. Zauważywszy u syna wybitne zdolności matematyczne, Samuel Bezikowicz stale mobilizował go do stawiania czoła coraz to trudniejszym wyzwaniom z tej dziedziny.

Nie tylko zdolnościami wyróżniały się dzieci Samuela i Ewy Bezikowiczów. Rodzeństwo łączyły bardzo silne więzy emocjonalne. Uczący się bracia i siostry wspierali się nawzajem. Starsi, dorabiając korepetycjami, po kolei pomagali finansowo młodszym. Dzięki temu cała szóstka niezaprzeczalnie ambitnych młodych Bezikowiczów zdołała zdobyć wykształcenie. Wszyscy ukończyli uniwersytet w St. Petersburgu. Wszyscy również podjęli pracę. Byli wśród nich lekarze, matematycy... Córki, nawet po założeniu rodzin, nie rezygnowały z zawodowych karier.

W 1908 roku Abraham Bezikowicz ukończył gimnazjum w Berdiańsku i rozpoczął studia matematyczne na Wydziale Matematyczno-Fizycznym Uniwersytetu St. Petersburgskiego, gdzie jednym z jego profesorów był Andriej Markow, wybitny rosyjski probabilista, wsławiony badaniami nad pewną klasą procesów stochastycznych nazywanych dzisiaj jego imieniem. Studia Bezikowicz ukończył w 1912 r.

## Lata spędzone w kraju

Zachęcony przez Markowa Bezikowicz kontynuuje studia w dziedzinie teorii prawdopodobieństwa. Jednocześnie uzyskuje zgodę władz na nauczanie matematyki w szkołach średnich, co zważywszy jego niechrześcijańskie wyznanie, jest w carskiej Rosji ewenementem i świadczy dobitnie o dużej determinacji oraz skuteczności działania, jaką już na początku drogi życiowej objawiał przyszły uczyony. W 1915 roku uzyskuje tytuł doktora filozofii. Napisana pod kierunkiem Markowa dysertacja zostaje ogłoszona drukiem w Biuletynie Akademii Nauk w St. Petersburgu (1915), stając się



Kuzyn matematyka, Abraham Bezikowicz z rodziną. Odessa, ok. 1910 r. [Fot. arch.]

pierwszą publikacją w dorobku naukowym Bezikowicza. Dwa lata później zostaje mianowany docentem<sup>1</sup> na rodzimym wydziale.

W 1916 roku Bezikowicz poślubia nieco starszą od siebie Walentynę Wietaliewną Dojnikową, która z zawodu jest również matematykiem. Żeby małżeństwo z prawosławną mogło dojść do skutku, musi on porzucić wiarę swych przodków i przystąpić do Rosyjskiej Cerkwi Prawosławnej.

W roku 1916 w Permie, niewielkim mieście u podnóża Uralu, otwarta zostaje filia Uniwersytetu St. Petersburgskiego, która stanie się załącznikiem ostatniego uniwersytetu założonego w przedrewolucyjnej Rosji. Gdy rok później permska uczelnia uzyskuje samodzielność, Bezikowicz zostaje do niej oddelegowany i podejmuje pracę w katedrze matematyki jako profesor nadzwyczajny.

Perm jest jednym z wielu miejsc, gdzie począwszy od października 1917 roku historia nabiera szczególnego impetu. Ma to oczywisty wpływ na losy rozpoczynającego swoją działalność uniwersytetu. W wyniku burz dziejących





Ilya Bezikowicz  
– Karaim z Łucka zamieszkały w Odessie  
[Fot. arch.]

Kienesa w Berdiańsku  
– dzisiaj  
Fot. Galina Mangubi

przez miasto przewalają się kolejno fale czerwonych, białych i ponownie czerwonych. Początkowo jednak nowopowstała uczelnia cieszy się chwilowym spokojem, wykorzystując ten czas dla własnego rozwoju. Dobrze radzi sobie szczególnie Wydział Matematyczno-Fizyczny. Jednak w grudniu 1918 roku Perm i jego uniwersytet trafiają pod złą gwiazdę. Nadchodzący rok 1919 przynosi straszliwy głód i zniszczenia. Uniwersytet zostaje częściowo przeniesiony do Tomska, a niemal cała jego kadra opuszcza miasto, narażając uczelnię na całkowitą zagładę. Zimną krew zachowuje jedynie Bezikowicz, który nie rejeruje. Całą swoją energię i przedsiębiorczość wykorzystuje do ratowania tego, co pozostało. Szczególną troską otacza zbiory biblioteczne, które udaje mu się ocalić, przenosząc i zabezpieczając w piwnicach – dzięki takiej postawie Bezikowicza oraz współdziałającego z nim Aleksandra Friedmana możliwe stanie się odrodzenie uniwersytetu. Pomaga również ludziom, ratuje od śmierci głodowej zaprzyjaźnioną rodzinę zmarłego kolegi po fachu, jego żonę i dwie małe córki. Nie może wtedy jeszcze nawet przypuszczać, że starsza z nich, sześciolatka wówczas Walentyna, zostanie jego wierną towarzyszką do ostatnich dni życia. Trudno wręcz uwierzyć, jak drastycznych zabiegów musiał się imać, by zapewnić sobie i przyjaciółom biologiczne przetrwanie w koszmarze ogarniętej rewolucją Rosji.

Wróćmy jednak do lat 1917–1918, gdy Uniwersytet w Permie mógł się w miarę spokojnie rozwijać. Warunki dla prowadzenia prac badawczych były wtedy dość dogodne. Obejmując

stanowisko profesora matematyki, Bezikowicz zamierzał skupić swoją uwagę na logice matematycznej. Niestety na przeszkodzie jego planom stanęła skromna reprezentacja tej dziedziny w zbiorach bibliotecznych uniwersytetu. W związku z tym zmienił obszar swoich zainteresowań i zwrócił się w stronę analizy matematycznej, którą uprawiał do końca życia, oczywiście na tym nie poprzestając.

W pierwszych latach istnienia Uniwersytet w Permie skupił wokół siebie grono młodych, wybitnych przedstawicieli nauk ścisłych. Tutaj m.in. rozpoczął swoją naukową karierę rówieśnik Bezikowicza, Iwan Winogradow, jedna z najważniejszych postaci w dziedzinie teorii liczb, znany nie tylko z uwagi na ogromne zasługi dla nauki, ale także jako postać niezwykle barwna, o której do dzisiaj krąży wiele opowiadań i anegdot. Tutaj również znalazł się Aleksander Friedman – fizyk, matematyk i filozof, który stałe miejsce w historii nauki zapewnił sobie, tworząc kosmologiczny model rozszerzającego się wszechświata (jako pierwszy podał niebanalne rozwiązania równań ogólnej teorii względności Einsteina). Innym znanym permskim matematykiem był ówczesny dziekan wydziału, podobnie jak Bezikowicz uczeń Markowa, Jakow Tamarkin. Tego ostatniego właśnie los poprowadził wspólną ścieżką z Bezikowiczem.

Bezikowicz osiąga w swoich badaniach znaczące wyniki. Publikuje je w nowo utworzonym czasopiśmie *Journal of the Perm Physics and Mathematics Society*. Niestety, ze względu na zawieruchę dziejową prace te nie są znane poza granicami Związku Radzieckiego. Wzbudzają natomiast zainteresowanie w kraju. Skutkuje to przeniesieniem w 1920 roku do Petersburga i profesurą w tamtejszym Instytucie Pedagogicznym oraz wykładami na macierzystym uniwersytecie. Gdy na początku lat dwudziestych wyniki Bezikowicza docierają do światowego gremium matematyków, spotykają się z dużym zainteresowaniem. Szczególną sławę przynosi mu rezultat, jaki otrzymał rozważając własności pewnych „patologicznych” zbiorów punktów płaszczyzny, korespondujący z postawionym w 1917 roku tzw. problemem Kakey. Owocem jest przyznane jesienią 1924 roku stypendium Rockefellera, zapewniające środki finansowe do rocznej pracy badawczej w którymś z prądujących ośrodków naukowych za granicą.

Prośby Bezikowicza o zezwolenie na wyjazd za granicę, gdzie oczekuje nań przyznane stypendium, są wielokrotnie oddalane. W dodatku reżym sowiecki wprowadza na uniwersytetach



zmiany, których profesor zaakceptować nie może. Coraz większym ciężarem staje się dla niego konieczność nauczania matematyki osób nie posiadających choćby elementarnego przygotowania – na uniwersytety wpuszczono robotników. Nie akceptując również pozostałych realiów pracy w nowych warunkach, Bezikowicz zaczyna coraz poważniej myśleć o opuszczeniu kraju.

Pod koniec 1924 roku trójka przyjaciół z Permu, Bezikowicz, Tamarkin i Friedman, postanawia przekroczyć nielegalnie granicę Związku Radzieckiego. W ostatniej chwili od planu odstępuje Friedman (rok później umiera na tyfus). Dwaj pozostali natomiast przekraczają pod osłoną nocy granicę Związku Radzieckiego, przechodzą z narażeniem życia pokrytą słabym jeszcze lodem Zatokę Fińska, by następnie dostać się do któregoś z portów lotewskich, skąd na pokładzie małego statku czy kutra udaje im się dopłynąć do Kopenhagi<sup>2</sup>. W ten sposób kończy się pierwszy, rosyjsko-sowiewski etap życia Bezikowicza.

## Lata spędzone na obczyźnie

Stypendium Rockefellera pozwala Bezikowiczowi pokryć koszty, jakie poniósł przedzierając się na Zachód. Zapewnia mu także środki na rok pracy badawczej. Bezikowicz przyłącza się do prac zainicjowanych przez Haralda Bohra, brata słynnego duńskiego fizyka-atomisty Nielsa Bohra, dotyczących funkcji prawie okresowych. Prace nad tym zagadnieniem, kontynuowane również w latach następnych, są bardzo owocne. Wynikiem ich jest teoria funkcji prawie okresowych, w literaturze matematycznej nazywana powszechnie teorią Besicovitcha.

W tym czasie Bezikowicz wyjeżdża na kilka miesięcy do Oxfordu, gdzie w *New College* spotyka się z Godfreyem Haroldem Hardym. Ten znakomity brytyjski matematyk szybko rozpoznaje u rosyjskiego emigranta wielkie zdolności analityczne i załatwia mu na lata 1926–1927 pracę wykładowcy na Uniwersytecie w Liverpoolu. Po zakończeniu kontraktu Bezikowicz przenosi się do Cambridge, gdzie wykłada w *Trinity College*. W roku 1930 zostaje członkiem tego szacownego kolegium (*Fellow of Trinity College*), którą to godność piastuje do końca życia. W roku 1950 spotyka go kolejny wielki zaszczyt – zostaje następcą Johna Ederona Littlewooda na prestiżowej katedrze *Rouse Ball Chair of Mathematics*.

Cambridge okazuje się spokojną i ostateczną przystanią, do jakiej zawitał ten wyjątkowy



Anna Bezikowicz (z lewej), córka kuzyna matematyka, z matką Rebeką z Kaliskich i Marią Pileką (Eszwowicz). Łuck, ok. 1928 r. [Fot.: arch.]

człowiek. Nie licząc ośmioletniej przerwy, kiedy to pracował gościnnie na amerykańskich uniwersytetach, spędził tu ponad czterdzieści lat swego życia. Burzliwych i niezwykle płodnych, jeżeli mowa o pracy twórczej, a spokojnych i zapewne szczęśliwych, gdy chodzi o życie osobiste. Jeszcze przed osiedleniem się w Cambridge, w 1926 roku rozwiódł się z Walentyną Wietaliewną, która nie towarzyszyła mu w eskapadzie na Zachód i pozostała w Związku Radzieckim. Po zadowoleniu się w nowym miejscu Bezikowicz sprowadza do Cambridge dawnych przyjaciół z Permu: wdowę po koleźce i jej obie córki, nad którymi w ciężkich czasach wojny domowej w Rosji sprawował opiekę. W 1928 roku poślubia starszą z nich, szesnastoletnią Walentynę Aleksandrowną Denisową, którą do końca swego życia będzie darzył wielką miłością.

Lata spędzone w Cambridge to czas dalszej intensywnej pracy twórczej. Pracy, która przyniosła wspaniałe rezultaty. Budziła też duże zainteresowanie świata nauki, cieszyła się wielkim uznaniem. Wynikiem tego są przyznane mu zaszczyty i wyróżnienia, a w szczególności:

- przyznanie w roku 1930 przez Uniwersytet w Cambridge medalu Adamsa „za prace nad funkcjami prawie okresowymi”;
- wybór w 1934 roku do Royal Society (*Fellow of the Royal Society*);
- wyróżnienie w roku 1952 medalem Sylwestra (*Society's Sylvester Medal*) „za wybitne osiągnięcia w dziedzinie funkcji prawie okresowych, teorii miary i całki, oraz wielu innych zagadnień teorii funkcji” – o tym, jakiej rangi jest to wyróżnienie, świadczą nazwiska Henri Poincarégo i Georga Cantora otwierające listę laureatów;
- przyznanie w roku 1950 przez *London Mathematical Society* medalu de Morgana.

Rodzina Bezikowiczów z Kijowa. 1879 r. [Fot. arch.]







Trinity College,  
Cambridge  
(Fot. Andrew Dunn,  
<http://www.andrewdunnphoto.com/>)

Prowadząc bardzo owocną działalność badawczą, Bezikowicz nie zaniedbuje dydaktyki. Przeciwnie, przekazywanie wiedzy młodym adeptom nauki, a szczególnie rozbudzanie ich zainteresowań i zachęcanie do zmagania się z trudnymi problemami, daje mu wiele satysfakcji. Oprócz programowych wykładów z szeroko rozumianej analizy matematycznej, które prowadzi w latach 1927–1950, przez wiele lat organizuje także – już dla własnej przyjemności – cotygodniowe konkursy, podczas których mobilizuje studentów do atakowania zaawansowanych problemów matematycznych. W ten sposób udaje mu się rozwinąć zdolności analityczne u wielu młodych matematyków.

W roku 1958 Bezikowicz opuszcza katedrę Rouse'a Balla i przechodzi na emeryturę. Nie porzuca jednak matematyki. Przez kolejnych osiem lat gościnnie wykłada i prowadzi badania na wielu uniwersytetach w Stanach Zjednoczonych. Ostatecznie powraca jednak do Cambridge i ostatnie cztery lata życia spędza w *Trinity*. W tym czasie znacznie podupada na

zdrowiu. Życie kończy 2 listopada 1970 roku w szpitalu *Evelyn Nursing Home* w Cambridge.

## Owoce życia

Ten nieprzeciętny człowiek nie pozostawił po sobie potomstwa. Oba małżeństwa Bezikowicza były bezdzietne. Dorobkiem jego życia jest – poza dobrą pamięcią, jaką zachowali o nim koledzy, studenci i wszyscy, którzy mieli z nim styczność – bardzo znaczący udział w osiągnięciach, które w ubiegłym stuleciu dokonały się w światowej matematyce. Dzięki tym właśnie osiągnięciom nazwisko *Abram Samoilovitch Besicovitch*, która to transkrypcja stosowana jest powszechnie w zachodniej literaturze, znane jest każdemu adeptowi królowej nauk.

Zanim pokusimy się o pobieżne zarysowanie wkładu, jaki Bezikowicz wniósł do nauki, przyjrzyjmy się za *Mathematics Genealogy Project* jego „matematycznej genealogii”. Wstępnymi w linii prostej byli tutaj kolejno: Andriej Markow (1856–1922), Pafnutij Czebyszew (1821–1894), Nikolai Brashman (1796–1866) i Niko-

łaj Łobaczewski (1792–1856) wspólnie z Josephem Johannem von Littrov (1781–1840). Mamy więc arystokrację rosyjskiej matematyki z austriacko-czeską domieszką, a wymienione nazwiska mówią same za siebie. W tymże projekcie zarejestrowano 195 „potomków” Bezikowicza i nieustannie przybywają nowi.

Różnorodność problemów, jakie podejmował Bezikowicz nastęrcza duże trudności w usystematyzowaniu i sklasyfikowaniu jego naukowego dorobku. Również artykuł ten nie jest odpowiednim miejscem do podejmowania podobnych wyzwań. Zasygnalizujemy więc jedynie niektóre obszary działalności badawczej, nie próbując nawet wyczerpać tematu.

Mając za swojego mistrza Markowa, Bezikowicz nie mógł pozostać obojętnym wobec zagadnień teorii prawdopodobieństwa. Dysertacja doktorska oraz pierwsza publikacja poświęcone są tej właśnie dziedzinie. Przeglądając listę publikacji uczonego widzimy, że później do tematyki tej powracał bardzo rzadko. Jednak to jemu właśnie przypadł zaszczyt napisania (lata 1923–1924) pośmiertnego artykułu o Markowie, sumującego całość dorobku tego wybitnego rosyjskiego probabilisty.

Z nazwiskiem Bezikowicza nierozdzielnie kojarzona jest teoria funkcji prawie okresowych. Jego wkład w rozwój tej dziedziny jest nieoceniony. Dla uhonorowania zasług matematyka na tym polu, przestrzeń funkcji prawie okresowych nazywana jest powszechnie przestrzenią Besicovitcha.

Rozpoczęte jeszcze w Permie prace w dziedzinie szeroko rozumianej analizy matematycznej uczonego prowadził przez całe życie. Bardzo znaczące wyniki uzyskał tutaj w analizie kombinatorycznej. Przyczynił się też do rozwoju teorii funkcji rzeczywistych i teorii funkcji zespolonych. Wiele lat poświęcił na intensywne badania w teorii miary, które uhonorowano, nazywając niektóre twierdzenia jego imieniem (twierdzenie Besicovitcha o pokryciu, twierdzenie strukturalne Besicovitcha-Federera). Wspaniałe rezultaty uzyskał szczególnie w geometrycznej teorii miary. Takie pojęcia jak topologia Besicovitcha, miara Hausdorffa-Besicovitcha czy wymiar Hausdorffa-Besicovitcha weszły na stałe do języka współczesnej matematyki. Wyniki jego dociekań dotyczących obiektów o wymiarze niecałkowitym zainspirowały Benoita Mandelbrota, który geometryczną teorię miary rozprzestrzenił jako geometrię fraktalną.

Nazwisko Bezikowicza pojawia się również w wielu innych działach matematyki, niekiedy zadziwiająco od siebie odległych. Ten wybitny

uczony miał sobie za nic wszelkie podziały i klasyfikacje. Jak napisał jeden z jego biografów: „Bezikowicz koncentrował się na rozwiązywaniu problemów, nie był natomiast zainteresowany budowaniem systemów”. Nie dbał zupełnie o formalną elegancję i precyzję rozwiązań. Dotykając jedynie najgłębszej istoty problemu, ujawniał właściwe jej piękno – systematyzowanie i wygładzanie wyników pozostawiał innym. Oto jak niezwykle intelekt Bezikowicza charakteryzuje w eseju *Birds and Frogs* jego uczeń z Cambridge, światowej sławy fizyk Freeman Dyson: „Każdy [matematyczny – od aut.] dowód Bezikowicza jest dziełem sztuki, zbudowanym z taką finezją, jak fuga Bacha”.

Choć od śmierci Bezikowicza minęło już czterdzieści lat, wciąż rodzą się nowe owoce jego życia. Ferment, jaki zasiał w matematyce dwudziestego wieku, prowokuje coraz to nowe badania, stale odkrywa nowe horyzonty. Najlepiej o tym świadczy nieustannie duża liczba cytowań jego prac w naukowych publikacjach współczesnych matematyków.

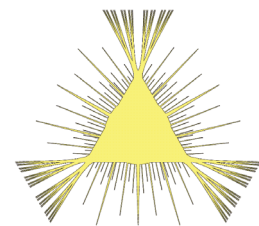
## Igła Kakeyi

Wszystkie znane mi teksty biograficzne dotyczące Bezikowicza wspominają – nie bez powodu – o historii związanej z tzw. problemem Kakeyi. Istotnie, oddaje ona znakomicie charakter matematyka oraz sposób, w jaki zwykły był poczynać sobie z królową nauk. A rzecz przedstawia się następująco:

W roku 1918, na Uniwersytecie w Permie, Bezikowicz pracował nad pewnym nierozstrzygniętym zagadnieniem dotyczącym całki Riemanna. Aby dać odpowiedź negatywną na postawione pytanie, posłużył się jako kontrprzykładem bardzo dziwnym zbiorem punktów płaszczyzny, nazywanym dzisiaj zbiorem Besicovitcha. Skonstruował mianowicie na płaszczyźnie obszar zwarty o zerowej powierzchni (zerowej mierze Lebesgue'a), mający tę zadziwiającą własność, że zawiera odcinki jednostkowe o wszystkich możliwych kierunkach (kształt takiego obiektu trudno jest opisać językiem naturalnym, choć do wyobraźni może przemówić jego określenie jako tworu „wysoce kosmatego”). Wynik swój opublikował w roku 1919 w czasopiśmie wydawanym przez Towarzystwo Matematyczno-Fizyczne w Permie. Niestety, był to czas, gdy rozprzestrzenianie się wiadomości poza granice Związku Radzieckiego było bardzo ograniczone. Świat poznał wynik dopiero w połowie lat dwudziestych.

Nieco wcześniej, w roku 1917 japoński matematyk Soichi Kakeya (1886–1947) postawił cie-

Przykład obszaru Kakeyi  
[<http://en.wikipedia.org>]





kawy problem z geometrii elementarnej. Zapytał mianowicie, jaka jest najmniejsza powierzchnia obszaru na płaszczyźnie, wewnątrz której można w sposób ciągły obrócić o  $180^\circ$  odcinek jednostkowy. Mimo że Japończyk zainspirował problem samuraja walczącego lancą w ciasnym pomieszczeniu, to do historii matematyki zagadnienie weszło pod nazwą problemu igły Kakeyi. I znowu z uwagi na blokadę informacyjną Bezikowicz nie usłyszał o zagadnieniu z obracaniem „igły”. Natomiast poza Związkiem Radzieckim pytanie Kakeyi spotkało się z odzewem. Wykazano, że obszarem wypukłym, o jaki chodzi, jest trójkąt równoboczny wysokości jednostkowej. Natomiast mimo elementarności problemu, zadanie znalezienia zadanego obszaru (nazwijmy go obszarem Kakeyi) bez postulowanej jego wypukłości, okazało się wysoce niebanalne. Wypracowano hipotezę, że obszarem tym jest część płaszczyzny ograniczona deltoidą<sup>3</sup>. Powszechnie panowała opinia, że rozwiązanie tak proste i eleganckie musi być prawdziwe. Jednak dowodu się nie doczekano, bo też... nie było na to szans.

Gdy Bezikowicz znalazł się w wolnym świecie i zapoznał z problemem Kakeyi, sprawa ruszyła z miejsca. Wykorzystując zbiór Besicovitcha pokazał, że dla dowolnego obszaru Kakeyi można skonstruować obszar o mniejszej powierzchni, spełniający te same wymagania (wynik został opublikowany w 1925 roku). Piękna deltoida pękła, zdumiewając i wprowadzając w konsternację matematyków. Jednak sam problem nadal pozostawał nierozwiązany... do roku 1928, kiedy to Bezikowicz opublikował jego ostateczne rozstrzygnięcie. Tym razem wynik był już zupełnie niewiarygodny. Autor podał mianowicie dowód na to, że igłę Kakeyi można obrócić w obszarze o dowolnie małej – choć większej od zera – powierzchni<sup>4</sup>.

Przytoczona historia pokazuje wiele cech charakteryzujących pracę Bezikowicza. Po pierwsze, zamiłowanie do podejmowania bardzo konkretnych problemów, osobnych od zastanych teorii matematycznych – szczególnie takich problemów, które mają prosty opis, natomiast są bardzo trudne do rozwiązania. Następnie atakowanie tych problemów w sposób całkowicie niekonwencjonalny, z wykorzysta-

taniem zupełnie tutaj nieoczekiwanego aparatu pojęciowego, czasem tworzonego *ad hoc*. Rzuca to często zupełnie nowe światło na zagadnienia z pozoru odległe od samego problemu i staje się zaledwie dalszych owocnych badań – problem Kakeyi doczekał się uogólnień, a zastosowany aparat pojęciowy do dzisiaj wykorzystywany jest w wielu działach matematyki, chociażby tak nieoczekiwanych jak teoria stabilności, teoria automatów czy lingwistyka matematyczna.

Kolejna cecha to wielkie zamiłowanie Bezikowicza do obnażania wszelkich błędów i nieprawidłowości – sam uczony stale podkreślał, że najbardziej interesuje go patologia w matematyce, a klasę matematyka oceniał na podstawie liczby błędnych dowodów, które ten podał. Gdy

Bezikowicz zorientował się, że jakieś rozumowanie zawiera błędy, nie spoczął, dopóki nie znalazł odpowiedniego kontrprzykładu.

I ostatnia sprawa – Bezikowicz był „żabą”. Tak określa go, z pewnością słusznie, Dyson w przytoczonym wcześniej eseju *Birds and Frogs* (czyli „Ptaki i żaby”). W odróżnieniu

Freeman Dyson:  
Każdy matematyczny  
dowód Bezikowicza  
jest dziełem sztuki,  
zbudowanym z taką finezją,  
jak fuga Bacha.

od „ptaków”, które na matematykę (czy też inną dziedzinę wiedzy) patrzą z góry, z lotu ptaka, porządkując i klasyfikując wyniki, tworząc teorie i systemy, on spoglądał na naukę od dołu, z żabiej perspektywy. Wybierał najbardziej istotne, jak się potem okazywało, problemy, pokazywał sposób ich rozwiązania i dalszą pracę pozostawiał innym. Jednak w zaznaczonych przez niego miejscach konstrukcji, jaką jest matematyka, nieraz działo się potem bardzo wiele.

### Bezikowicz w anegdocie

Ponieważ ostatnie akapity tego tekstu mogły nie być zbyt lekkie w czytaniu, przytoczymy więc dla równowagi kilka zdarzeń z życia uczonego o nieco mniejszym ciężarze gatunkowym. Jeżeli bowiem sławę profesora mierzyć liczbą dotyczących go zabawnych historyjek, to z pewnością Bezikowicz i na tym polu nie ustępuje innym. Oto kilka z nich:

Powszechnie znana była opinia Bezikowicza, że twórcza praca matematyka dobiega kresu z chwilą mianowania go profesorem. Trzeba mu jednak oddać, że nie czynił tu wyjątku dla swojej osoby. Więcej, mając świadomość tego, iż w naukach ścisłych okres najbardziej wydajnej

pracy to trzecia, najdalej czwarta dekada życia, podczas świętowania swoich 36 urodzin oświadczył, że cztery piąte czasu twórczej pracy ma już za sobą. Gdy w roku 1950 będącemu ciągle w pełni sił twórczych, liczącemu 59 lat uczonemu przyznano medal de Morgana, jeden z kolegów, pamiętający wydarzenie sprzed lat, przypomniał mu tę wypowiedź. Reakcja była natychmiastowa: *Numerator was correct*<sup>5</sup>.

Bezikowicz bardzo lubił swoich studentów. Uwielbiał dyskutować z nimi zawłości zagadnień matematycznych, przy czym szczególną radość sprawiało mu wykazywanie absurdów, do których często prowadziło poprawne z pozoru wnioskowanie. Nie było w tym jednak cienia złośliwości, lecz pragnienie wyrobienia u przyszłych badaczy twórczego krytycyzmu. Dyskusje takie odbywały się często w plenerze, dokąd zabierał swoich podopiecznych. Nie było też rzadkością, że do udziału w poważnych rozważaniach zachęcał napotkane w czasie spaceru małe dzieci. Raz też zdarzyło się, że profesor bardzo skomplikowany wywód skierował do stada krów, które pasły się na pobliskiej łące.

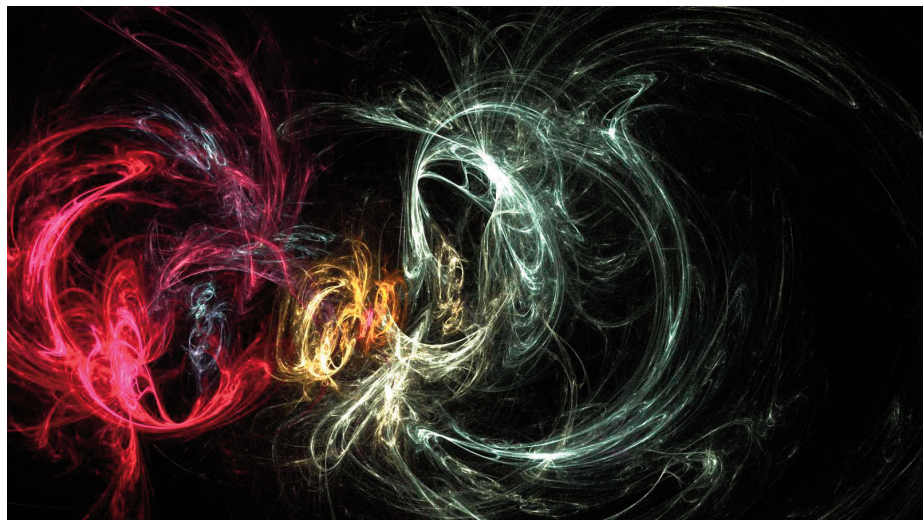
Nie wiele wiadomo na temat młodej żony profesora. Z pewnością jednak budziła ona zainteresowanie studentów. Zdarzało się, że któryś z nich zapraszał wieczorem profesorową do kina. Regułą było, że podczas najbliższego wykładu Bezikowicz publicznie dziękował mu za ten gest.

Ironię, z jaką studenci odnosili się do nienajlepszej – delikatnie mówiąc – angielszczyzny swego wykładowcy, ten zbywał zwykle uśmiechem. Gdy jednak zdarzyło się, że jeden ze słuchaczy posunął się w tym zbyt daleko, profesor miał powiedzieć: „Panowie, angielskim, którym się posługujecie, włada 50 milionów Brytyjczyków. Natomiast tym, którego ja używam, posługuje się 200 milionów Rosjan”. Poskutkowało.

## Post scriptum

Abraham Bezikowicz uznawany jest za jednego z największych czystych<sup>6</sup> matematyków swego pokolenia. Bez trudu można dotrzeć do źródeł, które opinię tę potwierdzają. Nie tak prosto jest natomiast wyrobić sobie zdanie o nim jako o człowieku. Szczęśliwie na podstawie pojawiających się w tekstach biograficznych nielicznych szczegółów, oraz rozproszonych w internecie tekstów zawierających wspomnienia kolegów i byłych studentów z Cambridge, można odtworzyć charakter tej nietuzinkowej i barwnej postaci.

Zanim postaramy się naszkicować osobowość Bezikowicza oraz to, jak był postrzegany przez



otoczenie, chciałbym zwrócić uwagę na jeden bardzo istotny szczegół. We wszystkich biografiach matematyka, pisanych przez autorów związanych z Cambridge, podkreślane jest jego karaïmskie pochodzenie. Co ciekawe, czasem można tam nawet znaleźć kilka zdań wyjaśniających etnogenezę i historię Karaïmów. Trudno jest teraz ocenić, na ile sam Bezikowicz manifestował swoją karaïmskość, na ile zaś są to informacje zebrane przez biografów już po śmierci uczonego. Prawdopodobnie najwcześniejszą biografię napisał Burkill (inne opracowania, w mniejszym bądź większym stopniu czerpią z tej pracy), choć on też powołuje się na inny tekst. W każdym razie ten autor miał okazję rozmawiać z młodszą z sióstr matematyka, która również mieszkała w Cambridge i utrzymywała bardzo bliskie kontakty z bratem. Nie ma zatem wątpliwości co do tego, że rodzeństwo Bezikowiczów mocno trzymało się swoich korzeni.

Ponad czterdzieści lat przebywania w Cambridge (z przerwą na podróże naukowe po Ameryce) to szmat czasu. Z pewnością przez te lata wiele zmieniło się w powierzchowności i usposobieniu uczonego. Jednak pewne rzeczy pozostawały niezmiennie, w tym jego angielszczyzna. Ponoć nigdy nie była idealna, a z upływem czasu stawała się coraz bardziej „rosyjska” – ze względu na rosyjską żonę i rosyjskojęzyczną siostrę, w domu posługiwano się wyłącznie językiem Puszkina. Kaleczenie języka, ignorowanie angielskiej gramatyki oraz akcent przeniesiony znad Newy zadziwiała brytyjskich studentów, którzy nieraz nie kryli swego rozbawienia, nazywając tę angielszczyznę „Besic English”. Sam profesor zazwyczaj kwitował rzecz pobłażliwym

Przykład fraktala:  
Good and Evil  
[utworzony programem  
ChaosPro 4.0]



Przykład fraktala:  
Eagle  
[utworzony programem  
ChaosPro 4.0]



uśmiechem. Mimo to wszyscy podkreślają, że Bezikowicz nie miał najmniejszych trudności z bardzo precyzyjnym formułowaniem myśli właśnie w języku Szekspira.

Więzy Bezikowicza z rosyjską kulturą nie ograniczały się wyłącznie do języka. W Rosji wychował się i wykształcił, tam pozostali jego bliscy i przyjaciele, Rosjanką wreszcie była też jego żona. Jednak nigdy nie próbował odwiedzić Związku Radzieckiego. Widać doświadczenia z czasów Rewolucji, wojny domowej i pierwszych lat komunistycznej władzy nauczyły go ostrożności. Wiedział, czym to grozi. Obawami tymi dzielił się ze swoim rosyjskim kolegą z Cambridge, wybitnym fizykiem Piotrem Kapicą<sup>7</sup>, który zwykł był – mimo ostrzeżeń – każdego roku spędzać letnie wakacje w Związku Radzieckim. Okazało się, że przewidywania Bezikowicza nie były bezpodstawne. Podczas wakacji 1934 roku władze sowieckie skonfiskowały uczonemu paszport i zakazały opuszczania kraju. Nie pomogły interwencje samego Rutherforda. Do końca swojego długiego życia Kapica pracować musiał w Związku Radzieckim.

### Przypisy

<sup>1</sup>Zatrudniony został na stanowisku privat-docenta, występującym na uniwersytetach przedrewolucyjnej Rosji.

<sup>2</sup>Różne relacje dotyczące tych wydarzeń nie we wszystkich szczegółach są zgodne. Nie ma np. pewności, czy droga prowadziła również przez terytorium Finlandii. Portem, z którego odplynęli do Kopenhagi, była prawdopodobnie Ryga.

<sup>3</sup>Deltoida – zamknięta krzywa płaska o trzech ostrzach, będąca szczególnym przypadkiem hipocykloidy.

<sup>4</sup>Bezikowicz wykazał, iż dla dowolnego  $\epsilon > 0$  istnieje obszar Kakeyi  $S$  taki, że  $0 < |S| < \epsilon$ , gdzie  $|S|$  oznacza miarę obszaru  $S$ .

<sup>5</sup>Licznik [podanego ułamka] był poprawny.

<sup>6</sup>Czystymi nazywa się w środowisku matematyków badaczy, którzy uprawiają matematykę czystą, w odróżnieniu od matematyki stosowanej.

<sup>7</sup>Piotr Kapica (1894-1984) pracował u boku Ernesta Rutherforda w słynnym laboratorium Cavendisha.

Pod koniec swojej kariery ciesząc się wielkim autorytetem Bezikowicz, którego sposób bycia krańcowo odbiegał od flegmatycznego angielskiego usposobienia, przy pierwszym kontakcie budził wśród studentów lęk. Jak barwnie opisuje jeden z alumnów Cambridge, profesor prezentował się szczególnie groźnie, gdy z nieodmiennie rozwidrzoną białą czupryną pojawiał się u szczytu wąskich stromych schodów prowadzących do jego pracowni w Trinity College. Jednak pierwsze wrażenie ustępowało szybko, gdy okazywało się, jak łagodny i życzliwy jest to człowiek. Bezikowicz kochał swoich studentów i dbał o nich jak mało kto. Nieraz interweniował w ich sprawie u swoich kolegów, którzy nie zawsze byli tak wyrozumiali jak on. Niezwykle cenił sobie uczniów o wybitnych zdolnościach, pozostając z niektórymi z nich w przyjaźni do końca życia. Oto jak J. C. Burkill, jeden z profesorów Cambridge, wspomina swego koleżę: „Jego wielki intelekt łączył się z ogromną troską, jaką otaczał swoich uczniów, współpracowników i szerokie grono przyjaciół...”.

Przez kolegów i studentów Bezikowicz nazywany był pieszczotliwie Bessie. W imieniu tym wyrażała się duża sympatia, wręcz czułość, jaką darzyło go otoczenie. Był osobą przyjazną i towarzyską – przez długie lata spędzone w Trinity nie zaniedbywał rytuału codziennych poobiednich spotkań w męskim gronie kolegów, kiedy to przy kieliszku porto toczono ożywione dyskusje, niekiedy naukowe. A kompanię tę stanowili najwięksi intelektualiści tamtych lat.

Na zakończenie przywołajmy jeszcze raz użytą we wstępie metaforę. Niewątpliwie, Bezikowicz przebywał w pałacu możliwości. Lecz nie należał do zbyt spokojnych mieszkańców. Nie interesowało go też utrzymywanie nadmiernego porządku, polerowanie sreber i gromadzenie bibelotów. Przeciwnie, nieraz wprowadzał w zakłopotanie pozostałych domowników, choćby wybijając w ścianie dziurę i naruszając przyjemny porządek. Jednak wkrótce okazywało się, że za tą wyrwą rozpościera się nieoczekiwanie piękny widok – eleganckie kryształowe okna wstawiali potem w tym miejscu już inni mieszkańcy.

Konstanty Pilecki (Gdańsk)

### Ważniejsze źródła:

J. C. Burkill, Abram Samoilovitch Besicovitch, 1891–1970, Biogr. Mem. Fell. R. Soc. (1971) 17, 1–16 • S. J. Taylor, Abram Samoilovitch Besicovitch, Bull. London Math. Soc. (1975) 7(2): 191–210 • C. Domb, Besicovitch, Abram Samoilovitch (1891–1970), ODNB, 101030737 • F. Dyson, Birds and Frogs, Notices of the AMS (2009), Vol. 56, No. 2 • Mathematics Genealogy Project, NDSU–AMS, <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/>